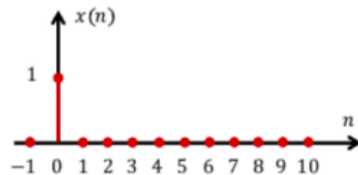


Лабораторная работа №2. Обработка сигналов цифровыми фильтрами

Примеры сигналов дискретного времени:

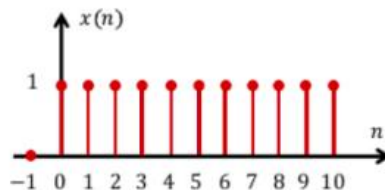
1. Единичный импульс

$$x(n) = \delta(n) = \begin{cases} 1, n = 0 \\ 0, n \neq 0 \end{cases}$$



2. Единичный скачок

$$x(n) = \delta(n) = \begin{cases} 1, n \geq 0 \\ 0, n < 0 \end{cases}$$



Цифровой фильтр – это любая цифровая система, которая согласно заданному алгоритму осуществляет извлечение цифрового сигнала либо его параметров из действующей на входе системы смеси сигнала с помехой. Среди цифровых фильтров выделяют, например, частотно-избирательные фильтры (фильтр нижних частот – ФНЧ, фильтр верхних частот – ФВЧ, полосовой фильтр – ПФ и режекторный фильтр – РФ), фазовые корректоры (всепропускающий фильтр) и т. д.

Линейный инвариантный к сдвигу фильтр (ЛИС-фильтр) обладает следующими свойствами:

1. Линейность:

$$L\{\alpha_1 x_1(n) + \alpha_2 x_2(n)\} = \alpha_1 L\{x_1(n)\} + \alpha_2 L\{x_2(n)\}.$$

2. Инвариантность к сдвигу:

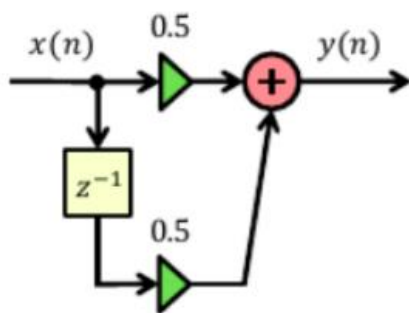
$$L\{x(n)\} = y(n), L\{x(n - n_0)\} = y(n - n_0).$$

Основными характеристиками стационарных линейных дискретных фильтров являются:

1. Импульсная характеристика-реакция фильтра на единичный импульс при нулевых начальных условиях

2. Переходная характеристика-реакция фильтра на воздействие в форме единичного скачка
3. Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) - зависимость амплитуды установившихся колебаний выходного сигнала от частоты её входного гармонического сигнала
4. Фазо-частотная характеристика - зависимость фазы установившихся колебаний выходного сигнала от частоты её входного гармонического сигнала

Фильтр с конечной импульсной характеристикой (нерекурсивный фильтр, КИХ-фильтр) или FIR-фильтр (FIR сокр. от finite impulse response — конечная импульсная характеристика) - линейный цифровой фильтр, его особенность заключается в ограниченности по времени его импульсной характеристики (с определенного момента равна нулю). Данный фильтр называют рекурсивный из-за отсутствия обратной связи.



Уравнение КИХ-фильтра первого порядка:

$$y(n) = \frac{x(n) + x(n-1)}{2}.$$

Импульсная характеристика КИХ-фильтра:

$$h(n) = \frac{\delta(n) + \delta(n-1)}{2}.$$

Переходная характеристика КИХ-фильтра:

$$g(n) = \frac{u(n) + u(n-1)}{2}.$$

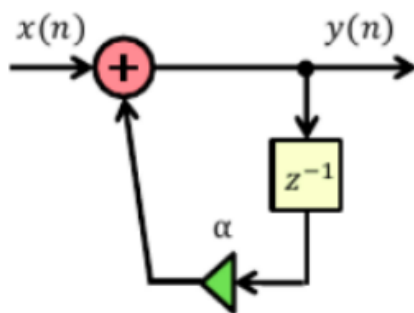
Амплитудно-частотная характеристика КИХ-фильтра:

$$|H(e^{jw})| = \sqrt{\frac{1 + \cos(w)}{2}}.$$

Фазочастотная характеристика КИХ-фильтра:

$$\arg(H(e^{jw})) = -\arctan\left(\frac{\sin(w)}{1 + \cos(w)}\right).$$

Фильтр с бесконечной импульсной характеристикой (рекурсивный фильтр, БИХ-фильтр) или IIR-фильтр (IIR сокр. от infinite impulse response — бесконечная импульсная характеристика) — линейный фильтр, использующий один или более своих выходов в качестве входа, то есть образующий обратную связь. Основным свойством таких фильтров является то, что их импульсная переходная характеристика имеет бесконечную длину во временной области, а передаточная функция имеет дробно-рациональный вид. Такие фильтры могут быть как аналоговыми, так и цифровыми.



Уравнение БИХ-фильтра:

$$y(n) = x(n) + \alpha y(n-1).$$

Импульсная характеристика БИХ-фильтра:

$$h(n) = \delta(n) + \alpha h(n-1) = \alpha^n u(n).$$

Переходная характеристика БИХ-фильтра:

$$g(n) = u(n) + \alpha g(n-1) = \left(\frac{1}{1-\alpha} - \frac{\alpha^{n+1}}{1-\alpha}\right) u(n).$$

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) БИХ-фильтра (при $\alpha > 0$ — фильтр низких частот, при $\alpha < 0$ — фильтр верхних частот):

$$|H(e^{jw})| = \frac{1}{\sqrt{1 - 2\alpha \cos(w) + \alpha^2}}.$$

Фазочастотная характеристика (ФЧХ) БИХ-фильтра:

$$\arg(H(e^{jw})) = -\arctan\left(\frac{\alpha \sin(w)}{1 + \alpha \cos(w)}\right).$$

Задание:

1. Реализовать КИХ-фильтр

2. Реализовать БИХ-фильтр
3. Определите единичный скачок длиной 20 отсчетов
4. Рассчитать импульсную характеристику фильтров
5. Рассчитать амплитудно-частотную характеристику фильтров для единичного импульса
6. Рассчитать фазово-частотную характеристику фильтров для единичного импульса